

Chapitre 1 : Calcul algébrique

Feuille d'exercices n°1 : Règle des signes, puissances, fractions

Règle des signes

Exercice 1 : Soit $x \in \mathbb{R}$. Donner le signe de x^2 .

Exercice 2 : Soient x et $y \in \mathbb{R}_+$. Donner le signe de $x + 3y$

Exercice 3 : Soit $t \in \mathbb{R}$. Donner le signe de $4t^2 + 3$

Exercice 4 : Soit $t \in \mathbb{R}$. Donner le signe de $-3t^2 - 1$

Puissances : Simplifier les écritures

1. $3^5 \times 5^3 \times 3^4 \times 5 \times 2^6 \times 3$

2. $2^2 \times 3^3 \times 5^4 \times 2^5 \times 3^6 \times 5^7$

3. $9^2 \times 5^3 \times 9^4 \times 2^5$

4. $(2^2)^4 \times 5^8 \times 81^2$

Fractions

Exercice 1 : Simplifier les fractions.

1. $\frac{48}{18}$ 2. $\frac{5}{15}$ 3. $\frac{34}{14}$ 4. $\frac{36}{27}$ 5. $\frac{45}{20}$ 6. $\frac{120}{12}$ 7. $\frac{57}{90}$

Exercice 2 : Exprimer en une fraction réduite.

1. $\frac{4}{5} + \frac{7}{9}$ 2. $\frac{11}{2} + \frac{3}{7}$ 3. $\frac{4}{9} - \frac{6}{10}$ 4. $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ 5. $1 + \frac{4}{5}$ 6. $x + \frac{y}{x}$ 7. $\frac{11}{9} - \frac{4}{3}$ 8. $2 - \frac{7}{3}$

Exercice 3 : Corriger les erreurs.

1. $\frac{4}{5} + \frac{2}{3} = \frac{4+2}{3+5} = \frac{6}{5}$

2. $\frac{3+2x}{3+y} = \frac{\cancel{3}+2x}{\cancel{3}+y} = \frac{2x}{y}$

3. $\frac{3}{5} + \frac{4}{6} = \frac{3 \times 6}{5} + \frac{4 \times 5}{6} = \frac{38}{11}$

4. $\frac{4}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4 \times 5}{5 \times 5} + \frac{2 \times 5}{5 \times 5} = \frac{30}{25}$

Exercice 4 : (Type contrôle-interro) Comparer les fractions.

Comparer deux nombres, c'est dire qui est le plus grand (ou le plus petit).

1. $\frac{7}{4}$ et $\frac{5}{6}$ 2. $\frac{11}{3}$ et $\frac{10}{7}$ 3. $\frac{9}{8}$ et $\frac{11}{10}$ 4. $\frac{7}{3}$ et 1 5. $\frac{5}{3}$ et 2

Corrections des exercices

Règle des signes :

1. Si x est positif alors $x^2 = x \times x$ car produit de deux réels positifs. Si x est négatif alors $x^2 = x \times x$ car produit de deux réels négatifs.
2. $x + 3y$ est positif car somme de deux réels positifs.
3. t^2 est positif car un carré est toujours positif, donc $4t^2$ est positif et donc $4t^2 + 3$ est positif comme somme de deux réels positifs.
4. Négatif car somme de deux réels négatifs.

Puissances :

1. $3^5 \times 5^3 \times 3^4 \times 5 \times 2^6 \times 3 = 3^{10} \times 2^6 \times 5^4$
2. $2^2 \times 3^3 \times 5^4 \times 2^5 \times 3^6 \times 5^7 = 2^7 \times 3^9 \times 5^{12}$
3. $9^2 \times 5^3 \times 9^4 \times 2^5 = 2^5 \times 5^3 \times 9^6$
4. $(2^2)^4 \times 5^8 \times 81^2 = 2^{2 \times 8} \times 5^8 \times 81^2 = 2^8 \times 5^8 \times 81^2$

Fractions :

Exercice 1 :

1. $\frac{48}{18} = \frac{6 \times 8}{6 \times 3} = \frac{8}{3}$
2. $\frac{5}{15} = \frac{5}{3 \times 5} = \frac{1}{3}$
3. $\frac{34}{14} = \frac{2 \times 17}{2 \times 7} = \frac{17}{7}$
4. $\frac{36}{27} = \frac{9 \times 4}{9 \times 3} = \frac{4}{3}$
5. $\frac{45}{20} = \frac{5 \times 9}{5 \times 4} = \frac{9}{4}$
6. $\frac{120}{12} = \frac{12 \times 10}{12} = 10$
7. $\frac{57}{90} = \frac{3 \times 19}{3 \times 30} = \frac{19}{30}$

Exercice 2 :

1. $\frac{4}{5} + \frac{7}{9} = \frac{4 \times 9}{5 \times 9} + \frac{7 \times 5}{5 \times 9} = \frac{36}{45} + \frac{35}{45} = \frac{71}{45}$
2. $\frac{11}{2} + \frac{3}{7} = \frac{11 \times 7}{2 \times 7} + \frac{3 \times 2}{2 \times 7} = \frac{77}{14} + \frac{6}{14} = \frac{83}{14}$
3. $\frac{4}{9} - \frac{6}{10} = \frac{4}{9} - \frac{3}{5} = \frac{4 \times 5}{9 \times 5} - \frac{3 \times 9}{5 \times 9} = \frac{20}{9} - \frac{27}{9} = \frac{-7}{9}$
4. $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{xy}{y^2} + \frac{xy}{x^2} = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$
5. $1 + \frac{4}{5} = \frac{5}{5} + \frac{4}{5} = \frac{9}{5}$
6. $x + \frac{y}{x} = \frac{x^2}{x} + \frac{y}{x} = \frac{x^2 + y}{x}$
7. $\frac{11}{9} - \frac{4}{3} = \frac{11}{9} - \frac{12}{9} = \frac{-1}{9}$
8. $2 - \frac{7}{3} = \frac{6}{3} - \frac{7}{3} = \frac{-1}{3}$

Exercice 3 :

1. Il ne faut pas additionner mettre les fractions sur le même dénominateur, cette règle de calcul ici présente n'existe PAS. $\frac{4}{5} + \frac{7}{9} = \frac{4 \times 9}{5 \times 9} + \frac{5 \times 7}{5 \times 9} = \frac{36}{45} + \frac{35}{45} = \frac{71}{45}$.
2. On peut simplifier des termes communs au numérateurs et au dénominateurs UNIQUEMENT lorsqu'il s'agit d'un PRODUIT. Ici il s'agit d'une SOMME (addition) on ne peut donc PAS simplifier !!
3. Il n'a pas mis au même dénominateur ET il les a additionnés, rien ne va beurk !
4. Pas d'erreurs ici mais les dénominateurs étaient déjà identiques, ça c'est le réflexe d'un élève qui n'aime pas beaucoup réfléchir, il applique la méthode sans réfléchir, faites attention !

Exercice 4 : Pour comparer deux nombres on étudie le signe de la différence.

Si $a - b \leq 0$ alors $a \leq b$, si $a - b \geq 0$ alors $a \geq b$.

1. $\frac{7}{4} - \frac{5}{6} = \frac{7 \times 6}{4 \times 6} - \frac{5 \times 4}{4 \times 6} = \frac{42}{24} - \frac{20}{24} = \frac{22}{24} \geq 0$ donc $\frac{7}{4} \geq \frac{5}{6}$.

Autre méthode : pour une fraction $\frac{a}{b}$, si $a \leq b$ alors $\frac{a}{b} \leq 1$, si $a \geq b$ alors $\frac{a}{b} \geq 1$. Ici on avait donc $\frac{5}{6} \leq 1 \leq \frac{7}{4}$ et on pouvait conclure. Il est important d'avoir toutes ces idées.

2. $\frac{11}{3} - \frac{10}{7} = \frac{11 \times 7}{3 \times 7} - \frac{10 \times 3}{3 \times 7} = \frac{77}{21} - \frac{30}{21} = \frac{47}{21} \geq 0$ donc $\frac{11}{3} \geq \frac{10}{7}$
3. $\frac{9}{8} - \frac{11}{10} = \frac{90}{80} - \frac{88}{80} = \frac{2}{80} \geq 0$ donc $\frac{9}{8} \geq \frac{11}{10}$
4. $\frac{7}{3} - 1 = \frac{7}{3} - \frac{3}{3} = \frac{4}{3} \geq 0$ donc $\frac{7}{3} \geq 1$.
5. $\frac{5}{3} - 2 = \frac{5}{3} - \frac{6}{3} = \frac{-1}{3} \leq 0$ donc $2 \geq \frac{5}{3}$