

Chapitre 1 : Calcul algébrique

Feuille d'exercices n°6 : Résolution d'équations

Résolution d'équations du 1er degré

1. $3x - 5 = 0$ 2. $4x + 1 = 0$ 3. $4x + 1 = 2x + 3$ 4. $7x - 3 = x + 3$ 5. $9x + 1 = x$ 6. $3x - 4 = 5x + 2$

Résolution d'équations du second degré

Exercice 1 : Résolution d'équation de la forme $x^2 - a = 0$

1. $x^2 - 4 = 0$ 2. $x^2 - 7 = 0$ 3. $4x^2 - 1 = 0$ 4. $5x^2 - 1 = 0$ 5. $3x^2 + 1 = 0$ 6. $9x^2 - 2 = 0$

Exercice 2 : Résolution de $x^2 - 4x + 2 = 0$

1. Développer $(x - 2)^2 - 2$
2. En déduire les solutions de l'équation $x^2 - 4x + 2 = 0$

Exercice 3 : Résolution de $x^2 + 6x + 3 = 0$

1. Développer $(x + 3)^2 - 6$
2. En déduire les solutions de l'équation $x^2 + 6x + 3 = 0$

Exercice 4 : Résolution de $x^2 - 7x + 5 = 0$

1. Développer $\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{29}{4}$
2. En déduire les solutions de l'équation $x^2 - 7x + 5 = 0$

Exercice 5 : Résoudre les équations suivantes (factorisation rapide)

1. $x^2 - 9x + 18 = 0$ 2. $x^2 - 11x + 18 = 0$ 3. $x^2 - 9x + 20 = 0$ 4. $x^2 - 10x + 21 = 0$

Exercice 6 : En vous inspirant des exercices 2 à 4, résoudre les équations suivantes

1. $x^2 - 8x + 5 = 0$ 2. $x^2 + 4x + 1 = 0$ 3. $x^2 - 5x + 2 = 0$

Exercice 7 : Résolution de l'équation $x^4 - 10x^2 + 7 = 0$

1. Développer $(x^2 - 5)^2 - 18 = 0$
2. Résoudre l'équation $x^4 - 10x^2 + 7 = 0$

Exercice 8 : Résoudre les équations : $x^4 - 10x^2 + 16 = 0$ et $x^4 - 12x^2 + 32 = 0$

Système d'équations à deux inconnues

Résoudre les systèmes suivants : 1. $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x + 2y = 3 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 5x + 2y = x - 2y \\ 4x - 3y = 2x + y \end{cases}$ 3. $\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$

Equations avec quotient :

Résoudre soigneusement les équations suivantes :

1. $\frac{3x - 1}{x + 2} = 2$ 2. $\frac{4x - 1}{2x - 1} = 3$ 3. $\frac{3}{x - 1} = 2$ 4. $\frac{2x - 8}{x - 4} = x$ 5. $\frac{x + 3}{x + 1} = x$

Corrections des exercices

Correction : Résolution d'équations du 1er degré

1. $3x - 5 = 0$

$$3x = 5 \quad \text{donc} \quad x = \frac{5}{3}$$

2. $4x + 1 = 0$

$$4x = -1 \quad \text{donc} \quad x = -\frac{1}{4}$$

3. $4x + 1 = 2x + 3$

$$4x - 2x = 3 - 1 \quad \text{donc} \quad 2x = 2 \quad \text{donc} \quad x = 1$$

4. $7x - 3 = x + 3$

$$7x - x = 3 + 3 \quad \text{donc} \quad 6x = 6 \quad \text{donc} \quad x = 1$$

5. $9x + 1 = x$

$$9x - x = -1 \quad \text{donc} \quad 8x = -1 \quad \text{donc} \quad x = -\frac{1}{8}$$

6. $3x - 4 = 5x + 2$

$$3x - 5x = 2 + 4 \quad \text{donc} \quad -2x = 6 \quad \text{donc} \quad x = -3$$

Second degré :

Exercice 1 :

1. $x^2 - 4 = 0$

$$x^2 - 2^2 = 0 \quad \text{donc} \quad (x - 2)(x + 2) = 0$$

$$\text{donc } x - 2 = 0 \text{ ou } x + 2 = 0$$

$$\text{donc } x = 2 \text{ ou } x = -2$$

2. $x^2 - 7 = 0$

$$x^2 - (\sqrt{7})^2 = 0 \quad \text{donc} \quad (x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7}) = 0$$

$$\text{donc } x = \sqrt{7} \text{ ou } x = -\sqrt{7}$$

3. $4x^2 - 1 = 0$

$$(2x)^2 - 1^2 = 0 \quad \text{donc} \quad (2x - 1)(2x + 1) = 0$$

$$\text{donc } 2x - 1 = 0 \text{ ou } 2x + 1 = 0$$

$$\text{donc } x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = -\frac{1}{2}$$

4. $5x^2 - 1 = 0$

$$(\sqrt{5}x)^2 - 1^2 = 0 \quad \text{donc} \quad (\sqrt{5}x - 1)(\sqrt{5}x + 1) = 0$$

$$\text{donc } \sqrt{5}x = 1 \text{ ou } \sqrt{5}x = -1$$

$$\text{donc } x = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ ou } x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

5. $3x^2 + 1 = 0$

$$3x^2 = -1 \quad \text{donc} \quad x^2 = -\frac{1}{3}$$

$$x^2 = -\frac{1}{3} \text{ pas de solution car un carré est toujours positif ou nul}$$

6. $9x^2 - 2 = 0$

$$(3x)^2 - (\sqrt{2})^2 = 0 \quad \text{donc} \quad (3x - \sqrt{2})(3x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\text{donc } 3x = \sqrt{2} \text{ ou } 3x = -\sqrt{2}$$

$$\text{donc } x = \frac{\sqrt{2}}{3} \text{ ou } x = -\frac{\sqrt{2}}{3}$$

Exercice 2 :

1.

$$(x-2)^2 - 2 = x^2 - 4x + 4 - 2 = x^2 - 4x + 2$$

2.

$$x^2 - 4x + 2 = 0 \quad \text{donc} \quad (x-2)^2 - 2 = 0$$

$$\text{donc} \quad (x-2-\sqrt{2})(x-2+\sqrt{2}) = 0$$

$$\text{soit } x = 2 - \sqrt{2} \text{ ou } x = 2 + \sqrt{2}$$

Exercice 3 :

1.

$$(x+3)^2 - 6 = x^2 + 6x + 9 - 6 = x^2 + 6x + 3$$

2.

$$x^2 + 6x + 3 = 0 \quad \text{donc} \quad (x+3)^2 - 6 = 0$$

$$\text{donc} \quad (x+3)^2 - 6 = 0$$

$$\text{donc} \quad (x+3-\sqrt{6})(x+3+\sqrt{6}) = 0$$

$$\text{soit } x = -3 - \sqrt{6} \text{ ou } x = -3 + \sqrt{6}$$

Exercice 4 :

1.

$$\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{29}{4} = x^2 - 7x + \frac{49}{4} - \frac{29}{4} = x^2 - 7x + 5$$

2.

$$x^2 - 7x + 5 = 0 \quad \text{donc} \quad \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{29}{4} = 0$$

$$\text{donc} \quad \left(x - \frac{7}{2} - \frac{\sqrt{29}}{2}\right) \left(x - \frac{7}{2} + \frac{\sqrt{29}}{2}\right) = 0$$

$$\text{soit } x = \frac{7 - \sqrt{29}}{2} \text{ ou } x = \frac{7 + \sqrt{29}}{2}$$

Exercice 5 :

$$1. \quad x^2 - 9x + 18 = 0 \text{ donc } (x-3)(x-6) = 0 \text{ donc } x = 3 \text{ ou } x = 6$$

$$2. \quad x^2 - 11x + 18 = 0 \text{ donc } (x-9)(x-2) = 0 \text{ donc } x = 2 \text{ ou } x = 9$$

$$3. \quad x^2 - 9x + 20 = 0 \text{ donc } (x-5)(x-4) = 0 \text{ donc } x = 4 \text{ ou } x = 5$$

$$4. \quad x^2 - 10x + 21 = 0 \text{ donc } (x-3)(x-7) = 0 \text{ donc } x = 3 \text{ ou } x = 7$$

Exercice 6 :

1.

$$x^2 - 8x + 5 = 0$$

$$x^2 - 8x + 5 = (x - 4)^2 - 16 + 5$$

$$\text{Donc : } (x - 4)^2 - 11 = 0$$

$$(x - 4 - \sqrt{11})(x - 4 + \sqrt{11}) = 0$$

$$\text{donc } x - 4 = \sqrt{11} \text{ ou } x - 4 = -\sqrt{11}$$

$$\text{donc } x = 4 + \sqrt{11} \text{ ou } x = 4 - \sqrt{11}$$

2.

$$x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$x^2 + 4x + 1 = (x + 2)^2 - 4 + 1$$

$$\text{Donc : } (x + 2)^2 - 3 = 0$$

$$(x + 2 - \sqrt{3})(x + 2 + \sqrt{3}) = 0$$

$$\text{donc } x + 2 = \sqrt{3} \text{ ou } x + 2 = -\sqrt{3}$$

$$\text{donc } x = -2 + \sqrt{3} \text{ ou } x = -2 - \sqrt{3}$$

3.

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x^2 - 5x + 2 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + 2$$

$$\text{Donc : } \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2}\right)\left(x - \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}\right) = 0$$

$$\text{donc } x - \frac{5}{2} = \frac{\sqrt{17}}{2} \text{ ou } x - \frac{5}{2} = -\frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$\text{donc } x = \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \text{ ou } x = \frac{5 - \sqrt{17}}{2}$$

Exercice 7 : Correction complète avec factorisation

1.

$$(x^2 - 5)^2 - 18 = x^4 - 10x^2 + 25 - 18 = x^4 - 10x^2 + 7$$

2.

$$x^4 - 10x^2 + 7 = 0 \quad \text{donc} \quad (x^2 - 5)^2 - 18 = 0$$

$$(x^2 - 5)^2 - (\sqrt{18})^2 = 0 \quad \text{donc} \quad ((x^2 - 5) - \sqrt{18})((x^2 - 5) + \sqrt{18}) = 0$$

$$\text{donc } x^2 - 5 - 3\sqrt{2} = 0 \quad \text{ou} \quad x^2 - 5 + 3\sqrt{2} = 0$$

$$5 - 3\sqrt{2} > 0 \quad \text{car} \quad 5 - 3\sqrt{2} = \frac{(5 - 3\sqrt{2})(5 + 3\sqrt{2})}{5 + 3\sqrt{2}} = \frac{25 - 18}{5 + 3\sqrt{2}} = \frac{7}{5 + 3\sqrt{2}} > 0$$

$$\text{donc } 5 - 3\sqrt{2} > 0 \quad \text{et} \quad 5 + 3\sqrt{2} > 0$$

Donc

$$x^2 - (5 + 3\sqrt{2}) = 0 \quad \text{donc} \quad (x - \sqrt{5 + 3\sqrt{2}})(x + \sqrt{5 + 3\sqrt{2}}) = 0$$

$$x^2 - (5 - 3\sqrt{2}) = 0 \quad \text{donc} \quad (x - \sqrt{5 - 3\sqrt{2}})(x + \sqrt{5 - 3\sqrt{2}}) = 0$$

Solutions finales :

$$x = \pm\sqrt{5 + 3\sqrt{2}} \quad \text{ou} \quad x = \pm\sqrt{5 - 3\sqrt{2}}$$

Exercice 8 :

$$1. \quad x^4 - 10x^2 + 16 = 0 \quad \text{donc} \quad (x^2 - 2)(x^2 - 8) = 0 \quad \text{donc} \quad (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{10})(x + \sqrt{10}) = 0$$

$$\text{Donc } x = \pm\sqrt{2} \text{ ou } x = \pm\sqrt{10}$$

$$2. \quad x^4 - 12x^2 + 32 = 0 \quad \text{donc} \quad (x^2 - 4)(x^2 - 8) = 0 \quad \text{donc} \quad (x - 2)(x + 2)(x - \sqrt{8})(x + \sqrt{8}) = 0$$

$$\text{Donc } x = \pm 2 \text{ ou } x = \pm\sqrt{8}.$$

Systèmes d'équations à deux inconnues :

$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$y = 4 - 3x \quad \text{donc} \quad 2x + 2(4 - 3x) = 3$$

$$2x + 8 - 6x = 3 \quad \text{donc} \quad -4x + 8 = 3$$

$$-4x = -5 \quad \text{donc} \quad x = \frac{5}{4}$$

$$y = 4 - 3 \cdot \frac{5}{4} = \frac{1}{4} \quad \text{donc} \quad (x, y) = \left(\frac{5}{4}, \frac{1}{4}\right)$$

$$\begin{cases} 5x + 2y = x - 2y \\ 4x - 3y = 2x + y \end{cases}$$

$$5x + 2y = x - 2y \quad \text{donc} \quad 4x + 4y = 0 \quad \text{donc} \quad x + y = 0 \quad \text{donc} \quad y = -x$$

$$4x - 3y = 2x + y \quad \text{donc} \quad 2x - 4y = 0 \quad \text{donc} \quad x - 2y = 0$$

$$x - 2(-x) = x + 2x = 3x = 0 \quad \text{donc} \quad x = 0 \quad \text{donc} \quad y = 0$$

$$(x, y) = (0, 0)$$

$$\begin{cases} 5x - 2y = 1 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

$$y = 3x - 3 \quad \text{donc} \quad 5x - 2(3x - 3) = 1$$

$$5x - 6x + 6 = 1 \quad \text{donc} \quad -x + 6 = 1$$

$$-x = -5 \quad \text{donc} \quad x = 5$$

$$y = 3 \cdot 5 - 3 = 12 \quad \text{donc} \quad (x, y) = (5, 12)$$

Equations quotients :

Comme il est interdit de diviser par 0 on veille avant tout à ne jamais diviser par 0.

1. $\frac{3x-1}{x+2} = 2$. Déjà il faut que $x+2 \neq 0$ donc $x \neq -2$.

$$\frac{3x-1}{x+2} = 2 \text{ donc } 3x-1 = 2(x+2) \text{ donc } 3x-1 = 2x+2 \text{ donc } x = 3$$

2. $\frac{4x-1}{2x-1} = 3$. Déjà il faut que $2x-1 \neq 0$ donc $x \neq \frac{1}{2}$

$$\frac{4x-1}{2x-1} = 3 \text{ donc } 4x-1 = 3(2x-1) \text{ donc } 4x-1 = 6x-3 \text{ donc } 2x = 2 \text{ donc } x = 1$$

3. $\frac{3}{x-1} = 2$ Il faut que $x \neq 1$.

$$\frac{3}{x-1} = 2 \text{ donc } 3 = 2(x-1) \text{ donc } 3 = 2x-2 \text{ donc } 2x = 5 \text{ donc } x = \frac{5}{2}$$

4. $\frac{2x-8}{x-4} = x$ Il faut que $x \neq 4$

$$\frac{2(x-4)}{x-4} = x \text{ donc } 2 = x$$

5. $\frac{x+3}{x+1} = x$ Il faut que $x \neq -1$

$$\frac{x+3}{x+1} = x \text{ donc } x+3 = x(x+1) \text{ donc } x^2+x = x+3 \text{ donc } x^2-3 = 0 \text{ donc } (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) = 0$$

donc $x = \pm\sqrt{3}$