



Test d'entrée TW3 – Mathématiques

Seconde – Programme renforcé

Tout document personnel est non autorisé. Calculatrice interdite

Consignes

Rédiger soigneusement et justifier toutes les étapes. Les calculs non justifiés ne seront pas acceptés.

1 Définitions

Donner une définition claire et précise des notions suivantes :

1. racine carrée ;
2. un entier pair, un entier impair ;
3. un nombre rationnel, un entier relatif ;
4. fonction croissante sur un intervalle I, fonction décroissante sur un intervalle J
5. fonction affine

2 Exercices

Exercice 1. Développer / factoriser les expressions suivantes :

- 1) $A = (a + b)^2$
- 2) $B = (a - b)^2$
- 3) $C = (a - b)(a + b)$
- 4) $D = (a + b)^3$
- 5) $E = a^3 - b^3$

Exercice 2. Développer / factoriser / simplifier les expressions suivantes (partie 2) :

- a) $A = (x - 4)(x + 5)(x + 3)$
- b) $B = (x - 3)(x + 5)$
- c) $C = (2x + 1)^2$
- d) $D = x^4 - 81$
- e) $E = 7x^3 - 2x$
- f) $F = \sqrt{44}$
- g) $G = \sqrt{50}$
- h) $H = \frac{5}{14} - 1 + \frac{1}{2 - \frac{1}{1 + \frac{5}{4}}}$

i) Soit a, b, c des réels strictement positifs. Trouver les relatifs p, q, r tels que

$$x = \frac{a^{5^2} b^{3^{-1}} c^4}{a^3 b^{-2} (c^2)^{-3}} = a^p b^q c^r.$$

Exercice 3.

- a) Développer : $(\sqrt{5} - 4)(\sqrt{5} + 4)$.
- b) En déduire le signe de $\sqrt{5} - 4$.
- c) Quel est le signe de $5\sqrt{2} - 7$?

Exercice 4.

On considère la fonction

$$f : \mathcal{D}_f \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{6x + 4}{2x - 5}.$$

- a) Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D}_f$.
- b) Donner le signe de f sur les intervalles $]-\infty, \frac{5}{2}[$ et $]\frac{5}{2}, +\infty[$.
- c) Montrer que pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, on a

$$f(x) = 3 + \frac{19}{2x - 5}.$$

- d) En déduire les variations de f sur les intervalles $]-\infty, \frac{5}{2}[$ et $]\frac{5}{2}, +\infty[$.
- e) Résoudre l'équation $f(x) = 4$.

Exercice 5.

L'équation

$$9x^5 - 12x^4 + 6x - 5 = 0$$

admet-elle une solution entière ? Si oui laquelle ? sinon, démontrez-le.

Exercice 6 .

- a) Pour tout $a, b \in \mathbb{R}$, calculer et développer les expressions suivantes :

$$(a + b)^4 \quad \text{et} \quad (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

- b) Décomposer en produit de facteurs premiers le nombre suivant :

$$1004006004001$$

- c) Montrer que 127 divise $2^{21} - 1$.

Rappel : pour des entiers p et q , on dit que p divise q si et seulement s'il existe un entier k tel que $q = p \cdot k$.