# Feuille d'entraînement : Calcul de dérivées

1ère spécialité

## 1 Pour chaque fonction, calculer la dérivée :

1. $f_1(x) = x^2 + x - 3$
2. $f_2(x) = x^3 + x - 2$
3. $f_3(x) = x^4 - 3x$
4. $f_4(x) = \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + 1$
5. $f_5(x) = 2x^3 + 8x^2 - 7x$
6. $f_6(x) = \sqrt{x} + x$
7. $f_7(x) = \sqrt{3x^2 + x + 2}$
8. $f_8(x) = \sqrt{x^2 - 1} + 4$
9. $f_9(x) = (4x^3 + x^2 + 1)(5x^2 - x + 1)$
10. $f_{10}(x) = x\sqrt{x}$
11. $f_{11}(x) = 3x^2\sqrt{x^2 - 1}$
12. $f_{12}(x) = (x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 1}$
13. $f_{13}(x) = (x^6 - 5x^5 + 4x^3 - 3x + 2)(4x^3 - 4x^2 + 5x - 7)$
14. $f_{14}(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$
15. $f_{15}(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$

16. $f_{16}(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

17. $f_{17}(x) = \dfrac{4x^2 - 1}{x^2 - 3}$

18. $f_{18}(x) = \dfrac{x}{x + 1}$

19. $f_{19}(x) = \dfrac{4x - 3}{5x - 4}$

20. $f_{20}(x) = \dfrac{x^2 - 4}{1}$

21. $f_{21}(x) = \sqrt{\dfrac{x - 1}{x}}$

22. $f_{22}(x) = \sqrt{(x^3 - x^2 + 1)(x^3 - x^2 + x + 1)}$

23. $f_{23}(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x + 1}$

24. $f_{24}(x) = 2x - \dfrac{1}{x}$

25. $f_{25}(x) = \dfrac{2x^2 - 1}{x}$

26. $f_{26}(x) = \dfrac{x^2 - 10x + 25}{x - 5}$

27. $f_{27}(x) = \dfrac{3x^2}{x - 3}$

28. $f_{28} = \sqrt{\dfrac{x^2}{x^2 + 1}}$

29. $f_{29}(x) = (\sqrt{x + 1} - 5x + 2)(x^2 + x\sqrt{x} - 2)$

30. $f_{30}(x) = \dfrac{2}{3}x\sqrt{x}$

31. $f_{31}(x) = x^n$

32. $f_{32}(x) = \dfrac{x^n}{n}$

33. $f_{33}(x) = \dfrac{x^{n+1} - 1}{x - 1}$

34. $f_{34}(x) = \sum_{k=0}^{n} x^k$

35. $f_{35}(x) = \frac{1}{x^2}$

36. $f_{36}(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

37. $f_{37}(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

38. $f_{38}(x) = (x - a)(x - b)$

39. $f_{39}(x) = (x - a)(x - b)(x - c)$

40. $f_{40}(x) = \sum_{k=0}^{n} x^k \sqrt{x}$

41. $f_{41}(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{x^k}$

42. $f_{42}(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k - 1}{x^k + 1}$

43. $f_{43}(x) = \frac{x - a}{x - b}$

44. $f_{44}(x) = (ax + b)^n$

45. $f_{45}(x) = \frac{(x - a)(x - b)}{(x - c)(x - d)}$

46. $f_{46}(x) = \frac{1}{ax^2 + bx + c}$

47. $f_{47}(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$

48. $f_{48}(x) = (ax^2 + bx + c)^n$

49. $f_{49}(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}^n$

50. $f_{50}(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex + f}$

## 2 Correction

1. $f_1$ est une somme de monômes : $x^2$ , $x$ et $-3$, la dérivée d'une somme de fonction est la somme des dérivées donc $f_1'(x) = 2x + 1$

2. la dérivée de $x^3$ est $3x^2$ celle de $x$ est 1 et celle de 3 est 0 la dérivée de la somme est la somme des dérivées donc : $f_2'(x) = 3x^2 + 1$

3. $f_3'(x) = 4x^3 - 3$

4. $f_4'(x) = 5 \times \dfrac{x^4}{5} + 4 \times \dfrac{x^3}{4} + 3 \times \dfrac{x^2}{3} + 2 \times \dfrac{x}{2} + 1 = x^3 + x^2 + x + 1$

5. $f_5'(x) = 2 \times 3x^2 + 8 \times 2x - 7 = 6x^2 - 16x - 7$

6. $f_6$ est une somme de 2 fonctions, la fonction racine qui a pour dérivée $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ et $x$ qui a pour dérivée 1 donc $f_6'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} + 1$

7. $f_7$ est de la forme $\sqrt{u}$ avec $u(x) = 3x^2 + x + 2$ la dérivée de $\sqrt{u}$ est $\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$ ici $u'(x) = 6x + 1$ donc $f_7'(x) = \dfrac{6x + 1}{2\sqrt{3x^2 + x + 2}}$

8. $f_8$ est une somme de fonction donc $f_8'(x) = (\sqrt{x^2 - 1}))' + 4' = (\sqrt{x^2 - 1})'$ car la dérivée d'une constante est nulle. $\sqrt{x^2 - 1}$ est de la forme $\sqrt{u}$ avec $u(x) = x^2 - 1$ $u'(x) = 2x$ donc $f_8'(x) = \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2 - 1}} = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

9. $f_9$ est un produit de fonction $uv$ avec $u(x) = 4x^3 + x^2 + 1$ et $v(x) = 5x^2 - x + 1$ on applique la formule $(uv)' = u'v + uv'$, ici $u'(x) = 12x^2 + 2x$ et $v'(x) = 10x - 1$ ainsi :
   $f_9'(x) = (12x^2 + 2x)(5x^2 - x + 1) + (4x^3 + x^2 + 1)(10x - 1)$

10. Il s'agit d'un produit de fonction :
    $u(x) = x$ , $v(x) = \sqrt{x}$ , $u'(x) = 1$ et $v'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ donc :
    $f_{10}'(x) = \sqrt{x} + \dfrac{x}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \dfrac{\sqrt{x}}{2} = \dfrac{3}{2}\sqrt{x}$ $(x = \sqrt{x} \times \sqrt{x}$ si $x \geq 0)$

11. Il s'agit d'un produit de fonctions :
    $u(x) = 3x^2$, $v(x) = \sqrt{x^2 - 1}$, $u'(x) = 6x$ , $v'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ (utiliser $\sqrt{u}' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$) ainsi :
    $f_{11}'(x) = 6x\sqrt{x^2 - 1} + 3x^2 \times \dfrac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} = \dfrac{6x(x^2 - 1) + 3x^3}{\sqrt{x^2 - 1}} = \dfrac{9x^3 - 6x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

12. Il s'agit d'un produit de fonctions :
$u(x) = x^2 - 1$, $v(x) = \sqrt{x^2-1}$ , $u'(x) = 2x$, $v'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ ainsi :
$f'_{12}(x) = 2x\sqrt{x^2-1} + (x^2-1) \times \dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}} = 2x\sqrt{x^2-1} + \dfrac{x(x^2-1)}{\sqrt{x^2-1}}$

13. Il s'agit d'un produit de fonctions :
$u(x) = x^6 - 5x^5 + 4x^3 - 3x + 2$ , $v(x) = 4x^3 - 4x^2 + 5x - 7$
$u'(x) = 6x^5 - 25x^4 + 12x^2 - 3$ $v'(x) = 12x^2 - 8x + 5$. Ainsi :
$f'_{13}(x) = (6x^5 - 25x^4 + 12x^2 - 3)(4x^3 - 4x^2 + 5x - 7) + (x^6 - 5x^5 + 4x^3 - 3x + 2)(12x^2 - 8x + 5)$ (Un peu long oui, c'est la formule du produit hélas... toutefois ne soyez jamais tentés d'écrire $(uv)' = u'v'$ la dérivée n'est pas un homomorphisme d'anneau...)

14. Il s'agit d'un quotient de deux fonctions : $\dfrac{u}{v}$ avec :
$u(x) = x - 1$ et $v(x) = x + 1$, $u'(x) = 1$, $v'(x) = 1$
Ainsi par la formule de la dérivée du quotient : $(\dfrac{u}{v})' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$
$f'_{14}(x) = \dfrac{1 \times (x+1) - 1 \times (x-1)}{(x+1)^2} = \dfrac{x+1-x+1}{(x+1)^2} = \dfrac{2}{(x+1)^2}$
Remarque : ne développez jamais le dénominateur, vous perdrez des informations quand vous devrez chercher le signe de la fonction dérivée. Développer = perdre de l'information.

15. Il s'agit d'un quotient de fonctions :
$u(x) = x^2 - 1$ , $v(x) = x + 2$ , $u'(x) = 2x$ , $v'(x) = 1$
Ainsi : $f'_{15}(x) = \dfrac{2x(x+2) - (x^2-1)}{(x+2)^2} = \dfrac{x^2+4x+1}{(x+2)^2}$

16. Il s'agit d'un quotient de fonctions :
$u(x) = x^2 - 1$ , $v(x) = x^2 + 1$ , $u'(x) = 2x$ , $v'(x) = 2x$
Ainsi : $f'_{16}(x) = \dfrac{2x(x^2+1) - 2x(x^2-1)}{(x^2+1)^2} = \dfrac{4x}{(x^2+1)^2}$

17. Il s'agit d'un quotient de fonctions :
$u(x) = 4x^2 - 1$ , $v(x) = x^2 - 3$ , $u'(x) = 8x$ , $v'(x) = 2x$
Ainsi : $f'_{17}(x) = \dfrac{8x(x^2-3) - 2x(4x^2-1)}{(x^2-3)^2} = \dfrac{-22x}{(x^2-3)^2}$

18. Il s'agit d'un quotient de fonctions :
$u(x) = x$ , $v(x) = x + 1$ , $u'(x) = 1$ et $v'(x) = 1$
$f'_{18}(x) = \dfrac{x+1-x}{(x+1)^2} = \dfrac{1}{(x+1)^2}$

19. Il s'agit d'un quotient de fonctions :
$u(x) = 4x - 3$, $v(x) = 5x - 4$ , $u'(x) = 4$, $v'(x) = 5$
$f'_{19}(x) = \dfrac{4(5x-4) - 5(4x-3)}{(5x-4)^2} = \dfrac{-1}{(5x-4)^2}$ (Quel est le signe de la dérivée ?)

20. Il s'agit d'un quotient de fonctions :
$u(x) = x^2 - 4$ $v(x) = 1$... ET NON ! ! Ne tombez pas dans le piège de l'écriture, ici l'écriture pourrait vous piéger (elle n'a d'ailleurs que cet intérêt) si vous ne réfléchissez pas ! Ne soyez pas ces élèves qui appliquent des formules sans réfléchir ! Ici $f_{20}(x) = x^2 - 4$ et donc $f'_{20}(x) = 2x$

21. Il s'agit d'une fonction de la forme $\sqrt{u}$ la dérivée est donc $\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$ avec $u$ un quotient de 2 fonctions... Les problèmes commencent il ne faut surtout pas paniquer ! On détermine $u'$ :
$u(x) = \dfrac{x-1}{x}$ donc $u'(x) = \dfrac{x-(x-1)}{x^2} = \dfrac{1}{x^2}$. Ainsi :
$f'_{21}(x) = \dfrac{\dfrac{1}{x^2}}{2\sqrt{\dfrac{x-1}{x}}} = \dfrac{\sqrt{x}}{2x^2\sqrt{x-1}}$ (d'où la nécessité de bien connaître les propriétés de calculs sur les fractions)

22. Il s'agit de la racine d'un produit de fonctions
Dérivons ce qu'il y a sous la racine avec la formule du produdit : $(x^3 - x^2 + 1)(x^3 - x^2 + x + 1)$ a pour dérivée :
$(3x^2 - 2x)(x^3 - x^2 + x + 1) + (3x^2 - 2x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$. Ainsi :
$f'_{22}(x) = \dfrac{(3x^2 - 2x)(x^3 - x^2 + x + 1) + (3x^2 - 2x + 1)(x^3 - x^2 + 1)}{2\sqrt{(x^3 - x^2 + 1)(x^3 - x^2 + x + 1)}}$

23. Il s'agit d'un quotient de fonctions :
$u(x) = \sqrt{x}$ , $v(x) = x + 1$ , $u'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ , $v'(x) = 1$ Ainsi :
$f'_{23}(x) = \dfrac{\dfrac{x+1}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x}}{(x+1)^2} = \dfrac{\dfrac{x+1-2x}{2\sqrt{x}}}{(x+1)^2} = \dfrac{1-x}{2\sqrt{x}(x+1)^2}$

24. Il s'agit d'une somme de deux fonctions, la dérivée est donc la somme des dérivées :
$f'_{24}(x) = 2 - (\dfrac{-1}{x^2}) = 2 + \dfrac{1}{x^2}$

25. Il s'agit d'un quotient de fonctions :
$u(x) = 2x^2 - 1$ , $v(x) = x$ , $u'(x) = 4x$ , $v'(x) = 1$
$f'_{25}(x) = \dfrac{4x^2 - (2x^2 - 1)}{x^2} = \dfrac{2x^2 + 1}{x^2}$
Remarque : le lecteur attentif (celui qui sait calculer) aura remarqué que la fonction était la même que celle étudiée précédemment, son intelligence lui aura permis de moins se fatiguer.)

26. Il s'agit d'un quotient de fonctions :
$u(x) = x^2 - 10x + 25$ , $v(x) = x - 5$ , $u'(x) = 2x - 10$ , $v'(x) = 1$
$f'_{26}(x) = \dfrac{(2x - 10)(x - 5) - (x^2 - 10x + 25)}{(x - 5)^2} = \frac{x^2-10x+25}{(x-5)^2} = 1$

Remarque : ce n'était évidemment pas la bonne méthode, il aurait mieux valu voir avant que $(x^2 - 10x + 25) = (x - 5)^2$ ainsi : $f_{26}(x) = \dfrac{(x - 5)^2}{x - 5} = x - 5$ et a pour dérivée :$f'_{26}(x) = 1$

27. Il s'agit d'un quotient de fonctions :
$u(x) = 3x^2$ , $v(x) = x - 3$ , $u'(x) = 6x$ , $v'(x) = 1$
$f'_{27}(x) = \dfrac{6x(x - 3) - 3x^2}{(x - 3)^2} = \dfrac{3(x^2 - 1)}{(x - 3)^2}$

28. Il s'agit de la racine carrée d'un quotient de fonctions, dérivons ce qu'il y a dans la racine :
$u(x) = x^2$ , $v(x) = x^2 + 1$ , $u'(x) = 2x$ $v'(x) = 2x$
La dérivée de $\dfrac{x^2}{x^2 + 1}$ est donc : $\dfrac{2x(x^2 + 1) - 2xx^2}{(x^2 + 1)^2} = \dfrac{2x^3}{(x^2 + 1)^2}$

Ainsi $f'_{28}(x) = \dfrac{\dfrac{2x^3}{(x^2 + 1)^2}}{2\sqrt{\dfrac{x^2}{x^2 + 1}}} = \dfrac{x^3\sqrt{x^2 + 1}}{(x^2 + 1)^2\sqrt{x^2}}$

Remarque : On peut encore simplifier : il faut savoir que $\sqrt{x^2} = |x|$ et $xx^3 = xx^2 = x|x|^2$ ainsi : $f'_{28}(x) = \dfrac{x|x|\sqrt{x^2 + 1}}{(x^2 + 1)^2}$

29. Il s'agit d'un produit de 2 fonctions :
$u(x) = \sqrt{x + 1} - 5x + 2$ , $v(x) = x^2 + x\sqrt{x} - 2$
$u'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x + 1}} - 5$ , $v'(x) = 2x + \sqrt{x} + \dfrac{x}{2\sqrt{x}}$
$f'_{29}(x) = (\dfrac{1}{2\sqrt{x + 1}} - 5)(x^2 + x\sqrt{x} - 2) + (\sqrt{x + 1} - 5x + 2)(2x + \sqrt{x} + \dfrac{x}{2\sqrt{x}})$

Remarque : Il fallait bien sûr dériver comme un produit avec la bonne formule $x\sqrt{x}$, c'est long et fastidieux, c'est pour ca qu'il faut s'entraîner beaucoup et bien savoir calculer.

30. Il s'agit d'un produit de fonctions :
$u(x) = \frac{2}{3}x$ , $v(x) = \sqrt{x}$, $u'(x) = \frac{2}{3}$ , $v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$f'_{30}(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x} + \frac{2}{3}x \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{3}\sqrt{x} + \frac{x}{3\sqrt{x}} = \frac{2}{3}\sqrt{x} + \frac{1}{3}\sqrt{x} = \sqrt{x}$

Remarques :
1) on a utilisé pour $x$ positif, $x = \sqrt{x} \times \sqrt{x}$
2) Vous connaissez désormais une fonction dont la dérivée est la racine carrée, l'exercice de chercher une fonction qui serait la dérivée d'une fonction voulue n'est pas une chose aisée.

31. Il s'agit de la dérivée d'un monôme de degré $n$, d'après le cours :
$f'_{31}(x) = nx^{n-1}$

32. $f'_{32}(x) = n\frac{x^{n-1}}{n} = x^{n-1}$

33. Il s'agit d'un quotient de fonctions :
$u(x) = x^{n+1} - 1$ , $v(x) = x - 1$ , $u'(x) = (n+1)x^n$ , $v'(x) = 1$
$f'_{33}(x) = \frac{(n+1)x^n(x-1) - (x^{n+1} - 1)}{(x-1)^2} = \frac{nx^{n+1} - nx^n + x^{n+1} - x^n - x^{n+1} + 1}{(x-1)^2}$
$= \frac{nx^{n+1} - nx^n - x^n + 1}{(x-1)^2}$

34. Il s'agit d'une somme de fonctions et d'après le cours la dérivée de la somme est la somme des dérivées donc :
$f'_{34}(x) = \sum_{k=0}^{n}(x^k)' = \sum_{k=1}^{n} kx^{k-1}$
Remarques :
1) On fera attention à l'indiçage à commencer par 1 et pas par 0 la somme des dérivées.
2) Le lecteur attentif et très studieux aura remarqué que les fonctions $f_{33}$ et $f_{34}$ sont égales et donc il en est de même de leurs dérivées, ce qui donne lieu à un calcul de somme.

35. Il s'agit de l'inverse d'une fonction on utilisera la formule $(\frac{1}{u})' = \frac{-u'}{u^2}$
Ici $u(x) = x^2$ donc $f'_{35} = \frac{-2x}{x^4} = \frac{-2}{x^3}$

36. Il s'agit de l'inverse d'une fonction :
$u(x) = \sqrt{x}$ , $u'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ donc :
$f'_{36}(x) = \dfrac{-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}^2} = \dfrac{-1}{2x\sqrt{x}}$ (ici $x$ ne peut être que positif donc $\sqrt{x}^2 = x$)

37. Il s'agit de l'inverse d'une fonction :
$u(x) = \sqrt{x^2-1}$ , $u'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$
$f'_{37}(x) = \dfrac{-\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}}{x^2-1} = \dfrac{-x}{(x^2-1)\sqrt{x^2-1)}}$

38. Il s'agit d'un produit de fonctions :
$u(x) = x-a$ , $v(x) = x-b$ , $u'(x) = 1$ , $v'(x) = 1$
$f'_{38}(x) = x-b+x-a = 2x-(a+b)$

39. Il s'agit d'un produit de 2 fonctions :
$u(x) = (x-a)(x-b)$ , $v(x) = x-c$ , $u'(x) = 2x-(a+b)$ , $v'(x) = 1$
$f'_{39}(x) = (2x-a-b)(x-c)+(x-a)(x-b)$

40. Il s'agit d'une somme de fonction, donc la dérivée de la somme est la somme des dérivées $((\sum_{k=0}^{n} u_k) = \sum_{k=0}^{n} u'_k$ où les $u_k$ représentent des fonctions.
Ainsi : $f'_{40}(x) = \sum_{k=0}^{n}(x^k\sqrt{x})' = \sum_{k=0}^{n} kx^{k-1}\sqrt{x} + \dfrac{x^k}{2\sqrt{x}}$
Remarque : ici on avait aussi un produit à l'intérieur de la somme, soyez vigilants.

41. Il s'agit d'une somme de fonction, donc la dérivée de la somme est la somme des dérivées :
$f'_{41}(x) = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{-kx^{k-1}}{x^{2k}} = \sum_{k=0}^{n} \dfrac{-k}{x^{k+1}}$ (voir $\dfrac{1}{x^k}$ comme une fonction inverse et la dériver en utilisant la formule de la dérivée de l'inverse d'une fonction)

42. Il s'agit d'une somme de fonctions quotients $u_k(x) = \dfrac{x^k-1}{x^k+1}$ la dérivée est la somme des dérivées et :
$u'_k(x) = \dfrac{kx^{k-1}(x^k+1) - kx^k - 1(x^k-1)}{(x^k+1)^2} = \dfrac{2kx^k}{(x^k+1)^2}$
Ainsi : $f'_{42}(x) = \sum_{k=0}^{n} \dfrac{2kx^k}{(x^k+1)^2}$

43. Il s'agit d'un quotient de deux fonctions :
$u(x) = x - a$ , $v(x) = x - b$ , $u'(x) = 1$ , $v'(x) = 1$
$f'_{43}(x) = \dfrac{x - b - (x - a)}{(x - b)^2} = \dfrac{a - b}{(x - b)^2}$
Remarque : n'est-ce pas plus simple à présent ?

44. Il s'agit d'une fonction $u$ élevée à la puissance $n$ on applique alors la formule $(u^n)' = nu'u^{n-1}$
$u(x) = ax + b$ , $u'(x) = a$ donc $f'_{44}(x) = a(ax + b)^{n-1}$

45. Il s'agit d'un quotient de 2 fonctions dont le numérateur et le dénominateur sont des produits :
$u(x) = (x - a)(x - b)$ , $v(x) = (x - c)(x - d)$
$u'(x) = (x - b) + (x - a) = 2x - a - b$ , $v'(x) = 2x - c - d$
Ainsi $f'_{45} = \frac{(2x-a-b)(x-c)(x-d)-(2x-c-d)(x-a)(x-b)}{(x-c)^2(x_d)^2}$

46. Il s'agit de l'inverse d'une fonction on utilisera la formule $(\dfrac{1}{u})' = \dfrac{-u'}{u^2}$
$u(x) = ax^2 + bx + c$ , $u'(x) = 2ax + b$
$f'_{46}(x) = -\dfrac{2ax + b}{(ax^2 + bx + c)^2}$

47. Il s'agit de la racine d'une fonction $u$ on utilisera alors $(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$
$u(x) = ax^2 + bx + c$ , $u'(x) = 2ax + b$
$f'_{47}(x) = \dfrac{2ax + b}{2\sqrt{ax^2 + bx + c}}$

48. Il s'agit d'une fonction $u$ élevée à la puissance $n$ on applique alors la formule $(u^n)' = nu'u^{n-1}$
$u(x) = ax^2 + bx + c$ , $u'(x) = 2ax + b$
$f'_{48}(x) = (2ax + b)(ax^2 + bx + c)^{n-1}$

49. Il s'agit d'une fonction $u$ élevée à la puissance $n$
$u(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ , $u'(x) = \dfrac{2ax + b}{2\sqrt{ax^2 + bx + c}}$
$f'_{49}(x) = \dfrac{2ax + b}{2\sqrt{ax^2 + bx + c}}\sqrt{ax^2 + bx + c}^{n-1} = \dfrac{1}{2}(2ax+b)\sqrt{ax^2 + bx + c}^{n-2}$

50. Il s'agit d'un quotient de deux fonctions
$u(x) = ax^2 + bx + c$ , $v(x) = dx^2 + ex + f$
$u'(x) = 2ax + b$ , $v'(x) = 2dx + e$
$f'_{50}(x) = \dfrac{(2ax + b)(dx^2 + ex + f) - (2dx + e)(ax^2 + bx + c)}{(dx^2 + ex + f)^2}$