# Carte d'identité d'un trinôme :

1ère spécialité

## 1 Consigne :

Soit $f$ un trinôme, alors $f$ est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$
Donner ainsi : $a =$ $\quad b =$ $\quad c =$ $\quad \Delta =$
Forme canonique
Forme factorisée (si possible)
Tableau de signe
Tableau de variations.

## 2 Exemple :

Carte d'identité de $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$ :'
$a = 3 \quad b = -7 \quad c = 2 \quad \Delta = 25$
Forme canonique : $f(x) = 3\left(\left(x - \dfrac{7}{6}\right)^2 - \dfrac{49}{36} + \dfrac{2}{3}\right) = 3\left(\left(x - \dfrac{7}{6}\right)^2 - \dfrac{25}{36}\right)$

Forme factorisée : $f(x) = 3(x-2)(x-\frac{1}{3})$

Tableau de variation de $f$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $\dfrac{7}{6}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $\searrow$ | $\dfrac{-25}{12}$ | $\nearrow$ | |

Tableau de signe :

| $x$ | $-\infty$ | | $\dfrac{1}{3}$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

# 3 Applications :

Pour chacune des fonctions trinômes, donner la carte d'identité, c'est-à-dire :

1) Identification des coefficients $a$ ; $b$ ;$c$ et calul de $\Delta$
2) Forme canonique et forme factorisée si cela est possible.
3) Tableaux de variations et de signes.

1) $f_1$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_1(x) = 5x^2 - 8x + 3$

2) $f_2$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_2(x) = -2x^2 - 2x + 4$

3) $f_3$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_3(x) = x^2 + x - 6$

4) $f_4$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_4(x) = x^2 - 4x + 5$

5) $f_5$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_5(x) = x^2 - 5x + 1$

6) $f_6$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_6(x) = x^2 + 4x - 1$

7) $f_7$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_7(x) = x^2 - 7x + 3$

8) $f_8$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_8(x) = x^2 + 5$

9) $f_9$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_9(x) = -x^2 + 4x + 2$

10) $f_{10}$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_{10}(x) = 4x^2 - 15x + 6$

**Remarques :**

1) Pour établir la forme canonique il faut factoriser par $a$ puis essayer de retrouver l'expression du début d'un carré

2) La forme factorisée si elle existe se déduit de la forme canonique, ou sinon on peut calculer les racines du trinôme (c'est-à-dire résoudre l'équation $f(x) = 0$)

3) Essayez d'éviter d'appliquer les formules de manière trop directe (en reprenant par exemple la forme vue en cours, ne faites pas ainsi, retrouvez comme dans l'activité 1)

4) Justifier vos tableaux de variations et de signe à l'aide du cours (signe de $a$ et de $\Delta$) pour aller vite dans la correction ces justifications seront omises.

# 4 Corrigés :

### Carte d'identité de $f_1$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_1(x) = 5x^2 - 8x + 3$

$a = 5 \quad b = -8 \quad c = 3 \quad \Delta = 4$

Forme canonique : $f_1(x) = 5\left(\left(x - \dfrac{4}{5}\right)^2 - \dfrac{16}{25} + \dfrac{3}{5}\right) = 5\left(\left(x - \dfrac{4}{5}\right)^2 - \dfrac{1}{25}\right)$

Forme factorisée : $f_1(x) = 5(x-1)(x - \frac{3}{5})$

Tableau de variation de $f_1$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $\dfrac{4}{5}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_1(x)$ | | $\searrow$ | $-\dfrac{1}{5}$ | $\nearrow$ | |

Tableau de signe :

| $x$ | $-\infty$ | | $\dfrac{3}{5}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_1(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

### Carte d'identité de $f_2$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_2(x) = -2x^2 - 2x + 4$

$a = -2 \quad b = -2 \quad c = 4 \quad \Delta = 4$

Forme canonique : $f_2(x) = -2\left(\left(x + \dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{1}{4} - 2\right) = -2\left(\left(x + \dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{9}{4}\right)$

Forme factorisée : $f_2(x) = -2(x-1)(x+2)$

Tableau de variation de $f_2$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $\dfrac{-1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_2(x)$ | | $\nearrow$ | $\dfrac{9}{2}$ | $\searrow$ | |

Tableau de signe :

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_2(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

## Carte d'identité de $f_3$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_3(x) = x^2 + x - 6$

$a = 1 \quad b = 1 \quad c = -6 \quad \Delta = 25$
Forme canonique : $f_3(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 6 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$
Forme factorisée : $f_3(x) = (x-2)(x-6)$
Tableau de variation de $f_3$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{-1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_3(x)$ | | $\searrow$ | $\frac{25}{4}$ | $\nearrow$ | |

Tableau de signe :

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_3(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

## Carte d'identité de $f_4$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_4(x) = x^2 - 4x + 5$

$a = 1 \quad b = -4 \quad c = 5 \quad \Delta = -4$
Forme canonique : $f_4(x) = (x-2)^2 - 4 + 5 = (x-2)^2 + 1$
Forme factorisée : Pas de forme factorisée
Tableau de variation de $f_4$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_4(x)$ | | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | |

Tableau de signe :

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f_4(x)$ | | $+$ | |

## Carte d'identité de $f_5$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_5(x) = x^2 - 5x + 1$

$a = 1 \quad b = -5 \quad c = 1 \quad \Delta = 17$

Forme canonique : $f_5(x) = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + 1 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{17}{4}$

Forme factorisée : $f_5(x) = \left(x - \frac{5-\sqrt{17}}{2}\right)\left(x - \frac{5+\sqrt{17}}{2}\right)$

Tableau de variation de $f_5$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{5}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_5(x)$ | | $\searrow$ | $\frac{-17}{4}$ | $\nearrow$ | |

Tableau de signe :

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{5-\sqrt{17}}{2}$ | | $\frac{5+\sqrt{17}}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_5(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

## Carte d'identité de $f_6$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_6(x) = x^2 + 4x - 1$

$a = 1 \quad b = 4 \quad c = -1 \quad \Delta = 20$

Forme canonique : $f_6(x) = (x+2)^2 - 4 - 1 = (x+2)^2 - 5$

Forme factorisée : $f_6(x) = (x + 2 - \sqrt{5})(x + 2 + \sqrt{5})$

Tableau de variation de $f_6$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_6(x)$ | | $\searrow$ | $-5$ | $\nearrow$ | |

Tableau de signe :

| $x$ | $-\infty$ | | $2-\sqrt{5}$ | | $2+\sqrt{5}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_6(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

## Carte d'identité de $f_7$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_7(x) = x^2 - 7x + 3$

$a = 1 \quad b = -7 \quad c = 3 \quad \Delta = 37$

Forme canonique : $f_7(x) = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} + 4 = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{37}{4}$

Forme factorisée : $f_7(x) = \left(x - \frac{7-\sqrt{37}}{2}\right)\left(x - \frac{7+\sqrt{37}}{2}\right)$

Tableau de variation de $f_7$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{7}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_7(x)$ | | $\searrow$ | $\frac{-37}{4}$ | $\nearrow$ | |

Tableau de signe :

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{7-\sqrt{37}}{2}$ | | $\frac{7+\sqrt{37}}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_5(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

## Carte d'identité de $f_8$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_8(x) = x^2 + 5$

$a = 1 \quad b = 0 \quad c = 5 \quad \Delta = -20$

Forme canonique : $f_8(x) = x^2 + 5$ (déjà sous forme canonique)

Forme factorisée : Pas de forme factorisée

Tableau de variation de $f_8$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_8(x)$ | | $\searrow$ | $5$ | $\nearrow$ | |

Tableau de signe :

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f_8(x)$ | | $+$ | |

## Carte d'identité de $f_9$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_9(x) = -x^2 + 4x + 2$

$a = -1 \quad b = 4 \quad c = 2 \quad \Delta = 24$
Forme canonique : $f_9(x) = -((x+2)^2 - 4 - 2) = -((x+2)^2 - 6)$
Forme factorisée : $f_9(x) = -(x + 2 - \sqrt{6})(x + 2 + \sqrt{6})$
Tableau de variation de $f_9$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_9(x)$ | | $\nearrow$ | $6$ | $\searrow$ | |

Tableau de signe :

| $x$ | $-\infty$ | | $-2-\sqrt{6}$ | | $-2+\sqrt{6}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_9(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

## Carte d'identité de $f_{10}$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f_{10}(x) = 4x^2 - 15x + 6$

$a = 4 \quad b = -15 \quad c = 6 \quad \Delta = 121$
Forme canonique : $f_{10}(x) = 4\left(\left(x - \frac{15}{8}\right)^2 - \frac{225}{64} + \frac{3}{2}\right) = 5\left(\left(x - \frac{15}{8}\right)^2 - \frac{121}{64}\right)$
Forme factorisée : $f_{10}(x) = 4(x-3)(x-\frac{3}{4})$
Tableau de variation de $f_{10}$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{15}{8}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_{10}(x)$ | | $\searrow$ | $-\frac{121}{64}$ | $\nearrow$ | |

Tableau de signe :

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{3}{4}$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_{10}(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |